



MARZO,
MES DE LAS
MATEMÁTICAS

Estadística y mucho más: Matemáticas frente al covid-19

Texto **Fernando Corbalán, Gerardo Sanz y Santiago García Cremades**
Selección de aplicaciones **Manuel Sada**

John Snow identificó una bomba de agua contaminada en Broad Street como el origen del brote de cólera en el barrio del Soho, que al ser clausurada hizo bajar los casos de una manera importante.



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE CIENCIA
E INNOVACIÓN



FUNDACIÓN ESPAÑOLA
PARA LA CIENCIA
Y LA TECNOLOGÍA

Londres a mitad del siglo XIX era el centro industrial del mundo pero a la vez estaba azotado por epidemias derivadas de las miserables condiciones de vida de los trabajadores. La explicación aceptada en la época de la causa de las epidemias era la 'teoría de las miasmas': las enfermedades como el cólera eran causadas por unos malos aires que las transmitían.

John Snow (1813-58), un joven pero prestigioso médico establecido en el céntrico barrio del Soho encontró la relación entre el cólera y la falta de higiene, aunque para ello se tuvo que enfrentar a las ideas dominantes en la época y a pesar de que logró establecer el origen de los brotes de cólera en las fuentes, no fue reconocida su aportación hasta después de su temprana muerte.



Mapa de Snow. Los puntos son casos de cólera durante la epidemia en Londres de 1854. Las cruces, fuentes.

La población se amontonaba en viviendas sin condiciones de habitabilidad, y además, al no haber un sistema de alcantarillado completo, se iban arrojando los desechos a la calle o al río Támesis.

Las vacunas

Ha habido grandes logros recientes de lucha contra enfermedades como la polio (vacunas de Salk o Savin, 1956), con Elvis Preley vacunándose como reclamo, la erradicación de la viruela (a partir de la acción conjunta de la OMS, la URSS y USA, desde 1958, que culminó en 1979) o la erradicación de la peste porcina (en 2011).



Incertidumbres

“La epidemia y sus consecuencias nos han proporcionado (...) un festival de incertidumbres que aún durará. Son incertidumbres en cuanto al origen del virus, a su muy desigual propagación, a sus mutaciones, a los tratamientos, al mejor método para protegerse de él, (...) a su eventual desaparición o su regresión al estado endémico, a sus consecuencias políticas, económicas, sociales, nacionales y planetarias. (...) Sin duda, a causa del virus y las crisis que provocará, tendremos más incertidumbres que antes y debemos prepararnos para convivir con ellas”. Edgar Morin, 2020

A la humanidad le ha costado mucho esfuerzo entender y saber manejarse con las incertidumbres. Aquí encontrarás una historia sucinta de esta lucha y algunas situaciones para poder entrenar el estudio de situaciones de azar.

“Nos hemos educado aceptablemente bien en un sistema de certezas, pero nuestra educación para la incertidumbre es deficiente. (...) Navegamos en un océano de incertidumbre en el que hay algunos archipiélagos de certezas, no viceversa”. Edgar Morin, 1999.

El reino del Azar. Casarse en Machuria

En un territorio imaginario llamado Machuria cuando una chica quería casarse tenía que pedir permiso. Iba junto con el chico con el que se había prometido al palacio del rey y este ponía en la mano cerrada de la chica seis trozos de igual longitud de una cuerda fina que sobresalían por los dos lados de su mano; su pretendiente tenía que ir uniéndolos (haciendo nudos) de dos en dos por cada lado de la mano sin que la chica la abriera, para no poder saber los extremos de cada una; cuando estaban hechos los seis nudos la chica abría la mano: si la cuerda salía formando un anillo podían casarse; si no tenían que postergar la boda.



Podían recurrir a una nueva oportunidad igual pasado un año; si esta también era negativa ya no había más oportunidades: no tenían derecho a casarse. ¿Podemos evaluar lo difícil que era casarse en Machuria?



Problema de los abrigos

Un grupo de N personas van a una fiesta y al entrar dejan sus abrigos cada uno en una percha. Por desgracia la fiesta acaba bruscamente debido a un apagón de luz que dura demasiado tiempo. Al salir, como no hay luz, cada uno cogerá uno cualquiera y se irá a su casa. ¿Qué probabilidad hay de que ninguno de los asistentes escoja su abrigo? Euler ya planteó este problema con sombreros.

Cuando nuestra sociedad pensaba que, aun con dificultades, éramos casi intocables, un virus ha venido a demostrarnos que somos mucho más vulnerables de lo que creíamos.



El covid y las matemáticas

Las matemáticas nos están ayudando a dar certezas en un mar de incertidumbre pandémica. Nuestro desconocimiento de los diferentes mecanismos de propagación de enfermedades junto al comportamiento del ser humano ha hecho que los modelos probabilístico-estadísticos sean una herramienta esencial en su estudio.

Cuando se tienen datos cambiando en el tiempo se recurre a las series temporales. El comienzo del uso de estas técnicas se sitúa en crack del 29, con George Udny Yule. Saber cómo evoluciona una variable que se ve afectada por cientos de otras variables tomó una gran importancia en economía, dando origen a la econometría.

En estos modelos se pueden aplicar decenas de versiones: aditivos, multiplicativos, autorregresivos, con distintas frecuencias, etc. Desde el principio de la pandemia Santiago Gracia Cremades, de la universidad de Elche, desarrolló un modelo utilizado para predecir la curva de fallecidos de abril a mediados de mayo (figura 1) y la curva de la Incidencia Acumulada desde julio a diciembre (figura 2), con mejor aproximación que la mayoría de métodos.

Modelos matemáticos aplicados a la epidemiología

El modelo SIR fue el primero en levantar la mano, por razones evidentes, es el modelo que distribuye una población en tres categorías: Susceptibles, Infectados y Recuperados. Es un modelo basado en ecuaciones con derivadas, propuesto en 1926 por el escocés Anderson Gray McKendrick para estudiar la malaria.

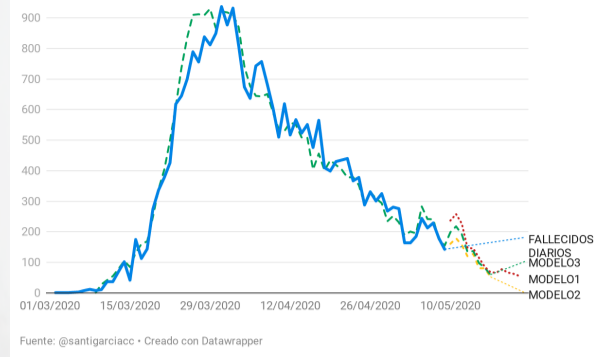
Desde entonces, cualquier estudio epidemiológico recurre a este modelo y un valor en concreto: el factor reproductivo del virus, conocido como Rt. Este parámetro indica la dinámica de la enfermedad y se considera la existencia de un brote cuando el valor es mayor que 1. En ese momento, la epidemia es susceptible de control. Hay muchas variantes, siendo el modelo SEIR (con la E de Expuestos) el más presente, donde se puede analizar a nivel teórico los efectos de las medidas restrictivas en el resto de variables. Este modelo tiene el problema evidente que si no tienes una buena estimación de los infectados, no obtenemos la información más relevante: cuánta gente puede estar inmunizada.

Puesto que en tiempo real el modelo SIR parecía tener sus debilidades, aparecieron nuevos modelos matemáticos, entre ellos, las cadenas de Markov, los modelos de supervivencia, los modelos de regresión y el machine learning, basado en Inteligencia Artificial.

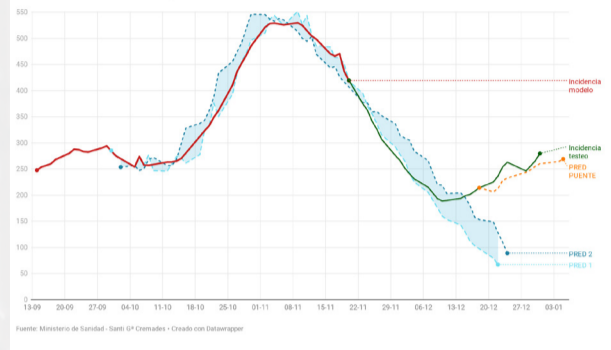
Cuestiones relevantes a tener en cuenta en cualquier modelo

- Cuál es y cómo evoluciona la tasa de reproducción básica.
- Cómo afectan las restricciones administrativas a la evolución de la pandemia.
- Cómo afectan las restricciones de movilidad y otras medidas restrictivas.
- Cómo conocer la evolución futura del número de contagios, la llegada de nuevas olas o rebrotes y su comportamiento.
- ¿Qué características influyen más en que un paciente ingrese en un hospital? ¿Cómo predecir su evolución? ¿Cuál es la estancia media prevista? ¿Pasará a una UCI? ¿Cuál es la probabilidad de que sobreviva?
- Desarrollo de un modelo/herramienta que nos avise de un incremento significativo de casos.
- El comportamiento de la pandemia es diferente en distintos estratos de la población. La edad, el género y clase social parecen unos de los estratos de interés. ¿Hay otros? Cómo deben elaborarse los modelos predictivos teniendo en cuenta los estratos.

MODELOS ESTADÍSTICOS



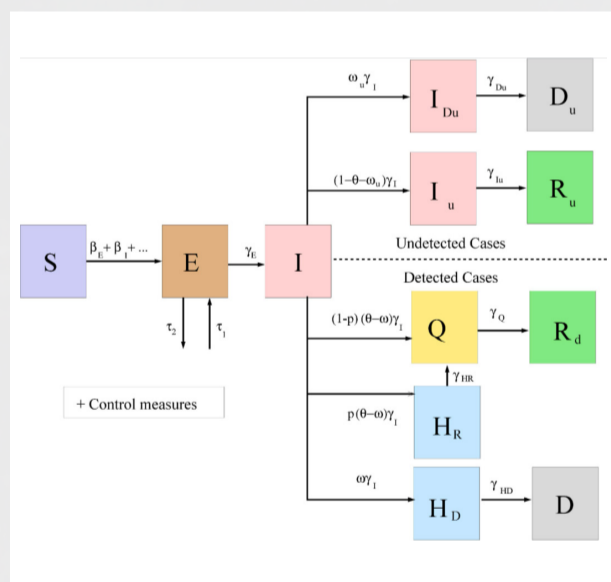
INCIDENCIA ACUMULADA y MODELOS MATEMÁTICOS



$$S(t+1) = S(t) - \beta_t S(t) \frac{I(t)}{n_T},$$

$$I(t+1) = I(t) + \beta_t S(t) \frac{I(t)}{n_T} - \gamma I(t),$$

$$R(t+1) = R(t) + \gamma I(t),$$



Predicción hospiti y UCI desde 16 de diciembre. Total Aragón

