



MARZO,
MES DE LAS
MATEMÁTICAS

Matemáticas y belleza

Texto **Antonio J. Durán**

Foto **Jim Denevan**

Aplicaciones interactivas **José Antonio Mora, Débora Pereiro, Rafael Losada,
José Luis Muñoz y José Manuel Arranz**

“Toda ley física debe tener belleza matemática”.

Paul Dirac



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE CIENCIA
E INNOVACIÓN



FUNDACIÓN ESPAÑOLA
PARA LA CIENCIA
Y LA TECNOLOGÍA

Matemáticas (según el diccionario de la RAE): Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.

Aunque debería, no se incluye en esa definición un hecho fundamental: que, a menudo, es la emoción estética, el sentido de la belleza, la que guía al matemático cuando deduce o decide qué propiedades de los números o los entes abstractos va a estudiar.

La belleza sitúa a las matemáticas a medio camino entre el arte y la ciencia: *un arte con aplicaciones*. Y esa importancia de los valores estéticos en las matemáticas refuerza la inevitable trabazón entre la ciencia abstracta por excelencia y la sensibilidad emocional propia de la especie humana.

“Puede ser sorprendente ver invocada la sensibilidad emocional a propósito de demostraciones matemáticas las cuales parecería que pueden interesar únicamente al intelecto. Esto sería olvidar el sentimiento de la belleza matemática, de la elegancia geométrica, que constituye un verdadero sentido de lo bello, conocido por todos los matemáticos y que con seguridad pertenece a la sensibilidad emocional”. Henri Poincaré

El hecho de que la belleza intrínseca de las matemáticas sea difícil de apreciar –porque no se percibe por un acto de percepción sensorial, como ocurre con la música o la pintura, sino por un proceso de pensamiento discursivo–, no la hace menos real.

La existencia de esa conexión entre belleza y matemáticas empezó a interiorizarse a raíz de los juicios de esos grandes creadores de opinión que fueron los filósofos clásicos griegos, especialmente Pitágoras, Platón y Aristóteles.

Para Platón, las cualidades de medida y proporción, esencia de la matemática griega, son sinónimo de belleza; mientras que, para Aristóteles, «Las formas que mejor expresan la belleza son el orden, la simetría, la precisión. Y las matemáticas son las que se ocupan de ellas especialmente».

Después han sido legión los científicos y pensadores que a lo largo de la historia han loado la belleza de las matemáticas. «La geometría es el arquetipo de la belleza del mundo», escribió Johannes Kepler en el siglo XVII; y, más recientemente, ya en el siglo XX, Bertrand Russell decía que: «Las matemáticas no solamente poseen la verdad, sino la suprema belleza, una belleza fría y austera, como la de la escultura, sin atractivo para la parte más débil de nuestra naturaleza».

Hardy y la belleza de las matemáticas

Quizá haya sido Godfrey H. Hardy quien mejor lo ha sabido explicar. Su magnífico *A Mathematician's Apology* es, casi desde la primera hasta la última palabra, una defensa del valor estético de las matemáticas:

“La belleza es la primera piedra de toque; en el mundo no hay un lugar permanente para las matemáticas desagradables desde el punto de vista estético”.

“Las configuraciones construidas por un matemático, lo mismo que sucede con las de un pintor o un poeta, deben poseer belleza; las ideas, los colores y las palabras deben ensamblarse de un modo armonioso”.

La insistencia de Hardy en la inutilidad de las *verdaderas* matemáticas ha sido considerada una muestra más de su faceta extravagante y provocadora. Porque es casi una provocación escribir:

“Las auténticas matemáticas no repercuten de ningún modo sobre la guerra. Nadie ha podido descubrir ninguna finalidad bélica ni ninguna aplicación a la guerra que pueda derivarse de temas tales como la teoría de números o la relatividad, y parece bastante improbable que nadie pueda hacerlo en un futuro próximo”.

Hardy describió las características que debían de tener las combinaciones de ideas matemáticas para generar valor estético: *generalidad y profundidad, carácter inesperado y económico, inevitabilidad*. A las que Gian Carlo Rota añadió también su *capacidad iluminadora*.

Toda ley física debe tener belleza matemática

La frase es de Paul Dirac, uno de los gigantes de la mecánica cuántica, premio Nobel de física en 1933. El valor estético inherente a las matemáticas ha acabado fecundando también a la física, una ciencia más pegada a las cosas de este mundo que las matemáticas.

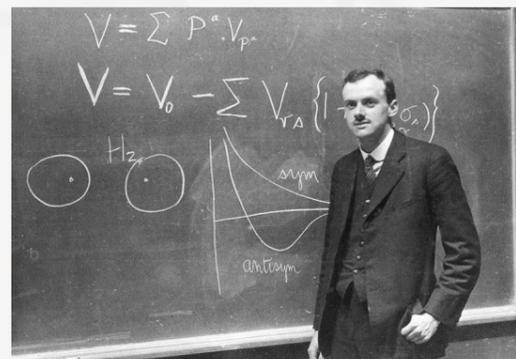
“El matemático juega un juego cuyas reglas ha inventado él mismo, mientras que el físico juega un juego en el que las reglas las determina la naturaleza; sin embargo, a medida que transcurre el tiempo, se hace cada vez más evidente que las reglas que el matemático ha encontrado interesantes son las mismas que la naturaleza ha elegido”.



El fresco *La escuela de Atenas* de Rafael, donde comparecen Platón, Aristóteles, Pitágoras, Hipatia, Euclides (o quizá Arquímedes) y Ptolomeo.



Godfrey Harold Hardy (1877-1947)



Paul Dirac (1902-1984)

Einstein, de descreído a venerador de las matemáticas

El mismísimo Albert Einstein fue inicialmente un descreído de las matemáticas, de su simplicidad y belleza: «¡La belleza, señores, la dejaremos para los zapateros y para los sastres! El objeto de nuestra investigación ha de ser siempre la verdad», se le escuchó decir al inicio de su carrera como profesor. No mucho después, pasó a confiar en ellas como inspiración y guía de la indagación científica:

“Estoy convencido de que podemos descubrir, por medio de construcciones matemáticas puras, los conceptos y las leyes que los vinculan mutuamente y que nos proporcionan la clave para la comprensión de los fenómenos naturales. Por supuesto, la experiencia sigue siendo el único criterio de utilidad física de una construcción matemática. Pero el principio creativo reside en las matemáticas”.

“Creo que la naturaleza es la realización de las ideas matemáticas más simples concebibles”.

Einstein acabó defendiendo que las leyes de la física eran una invención libre del espíritu humano, guiado por razones de estética y simplicidad matemática, que debían ser comprobadas por la observación; así lo expresó en varias ocasiones:

“La ciencia no es simplemente una colección de leyes, un catálogo de hechos sin relación. La ciencia es la creación de la mente humana, con ideas y conceptos imaginados en libertad”.

En la última cita, Einstein entona para la física el grito de guerra de Georg Cantor: *La esencia de las matemáticas es la libertad.*

La belleza de las matemáticas se manifiesta en la combinación de ideas que conecta resultados aparentemente tan dispersos como las circunferencias de Ford, el teorema de Hurwitz y la ecuación de Markov.

Circunferencias de Ford. Son una red de circunferencias con centro en los puntos de coordenadas $(\frac{p}{q}, \frac{1}{2q^2})$ y radio respectivo $\frac{1}{2q^2}$ donde p y q son números enteros, el segundo positivo, sin factores primos comunes. Cada circunferencia es tangente al eje horizontal en el punto de abscisa $\frac{p}{q}$; y dos circunferencias cualesquiera o no se cortan o son tangentes.

Teorema de Hurwitz: Dado un número irracional cualquiera α , existen infinitas fracciones irreducibles $\frac{p}{q}$ tales que $|\alpha - \frac{p}{q}| < \frac{1}{\sqrt{5} \cdot q^2}$

Ecuación de Markov: encontrar los números naturales m, para los que existen números naturales r y s verificando $m^2 + r^2 + s^2 = 3 \cdot m \cdot r \cdot s$. La ecuación de Markov tiene infinitas soluciones, viniendo sus diez primeras dadas por los números: 1, 2, 5, 13, 29, 34, 89, 169, 194, 233.

Conexión entre las circunferencias de Ford y el teorema de Hurwitz
Las circunferencias de Ford suponen una visualización de la demostración del resultado de Hurwitz. En efecto, el semiplano superior ha quedado dividido entre el interior de las circunferencias de Ford y los triángulos de lados circulares entre ellas. Pues bien, dado el número irracional α sobre el eje horizontal, la recta perpendicular a ese eje que pasa por α corta a infinitos de esos triángulos; los puntos de tangencia $\frac{p}{q}$ de una de las tres circunferencias que los forman nos dan aproximaciones $\frac{p}{q}$ del tipo de las que aparecen en el teorema de Markov.

Matemáticas en color. Belleza visual

Las imágenes son parte fundamental del proceso matemático. Su utilización nos permite visualizar de forma rápida e intuitiva una idea, un concepto o un resultado matemático. En la actualidad los programas de geometría dinámica hacen posible visualizar esos resultados matemáticos y lo hacen incluso de una forma estética y agradable a nuestra vista. Matemáticas, poesía en color.



Andrés Trapiello escribió: *La poesía es verdad indemostrable.* La poesía pretende, según el diccionario de la RAE, manifestar la belleza o el sentimiento estético por medio de la palabra, en verso o en prosa. Las matemáticas, a fin de cuentas, son verdades demostradas, por lo que su universo no debe andar demasiado lejos del poético.

